Considerações sobre o método Simplex

Método simplex: 1,2,3,4 e 5 !

- 1 – Escrever as equações numa **forma canónica** (tabular)
- 2 – Começar com uma **solução inicial** viável
- 3 – **Melhorar** a solução usando uma das restrições
- 4 – **Testar a optimalidade** da solução
- 5 – **Repetir** os passos 3 e 4 até não ser possível melhorar mais

---

Revendo: 1,2,3,4,5

- 1 – Escrever a tabela
  - Introduzir variáveis de folga, que passam a ser variáveis básicas da tabela
- 2 – Escolher solução inicial
  - Implícita na escrita da tabela
  - Todas as variáveis de decisão são nulas, e as de folga são máximas

---

Revendo: 1,2,3,4,5

- 3 – Melhorar
  - Escolher variável que entra (maior A)
    - Maior A… em valor absoluto… desde que seja negativo
  - Escolher variável que sai (menor B/A), e consequentemente qual a equação da qual a nova variável é base
  - Acertar a tabela
    - A nova variável base tem que ter coeficiente 1 na sua linha, e zero nas restantes ⇒ condensação de Gauss
- 4 – Testar optimalidade
  - Existem mais A ?
- 5 – Repetir se necessário

No problema da Wyndor Glass

- Tabela inicial
  - Solução $X_1=X_2=0$
- 1ª Iteração
  - Solução $X_1=0$ $X_2=6$
- 2ª Iteracão
  - Solução $X_1=2$ $X_2=6$

V	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
Z	-3	-5	0	0	0	0
s_1	1	0	1	0	0	4
s_2	0	2	0	1	0	12
s_3	3	2	0	0	1	18

V	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
Z	-3	0	0	5/2	0	30
s_1	1	0	1	0	0	4
x_2	0	1	0	1/2	0	6
s_3	3	0	0	-1	1	6

V	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
Z	0	0	0	3/2	1	36
s_1	0	0	1	1/3	1/3	2
x_2	0	1	0	1/2	0	6
x_1	1	0	0	-1/3	1/3	2

Considerações…

- Graus de liberdade
  - Cada restrição acrescenta 1 variável de folga, e a função de custo tem a variável custo, logo
    - Há sempre mais graus de liberdade do que restrições
    - É sempre possível arbitrar valores para algumas variáveis
  - Variáveis base podem nunca ser escolhidas
    - Exemplo
      - $Z= 4x + 2y$, $2x + 2y \leq 2$

Solução ilimitada

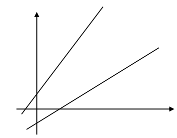
- Ao tentar escolher a variável de saída, todos os a_{ij} são negativos ou nulos
- Não há solução óptima
  - Normalmente o problema foi mal especificado
- Exemplo:
  - $Z=x_1+2x_2$
    - $-2x_1+x_2 \leq 2$, $x_1-2x_2 \leq 6$

Solução ilimitada

- $Z=x_1+2x_2$
  - $-2x_1+x_2 \leq 2$
  - $x_1-2x_2 \leq 6$

V	x_1	x_2	s_1	s_2	
Z	-1	-2	0	0	0
s_1	-2	1	1	0	2
s_2	1	-2	0	1	6

V	x_1	x_2	s_1	s_2	
Z	-5	0	2	0	4
s_1	-2	1	1	0	2
s_2	-3	0	2	1	10



Solução degenerada

- Surge quando temos 2 variáveis **"empatadas" para sair**
- Escolher uma delas aleatoriamente
  - Estamos a melhorar a solução à custa de um recurso, em vez de outro.
  - Ficamos com uma variável básica nula
  - A situação pode ocorrer no final, ou num passo intermédio

Exemplo de função degenerada

- Max $Z= 3x_1+4x_2$
  - $x_1+x_2 \leq 9$, $2x_1+3x_2 \leq 18$

V	x_1	x_2	s_1	s_2		
Z	-3	-4	0	0	0	
s_1	1	1	1	0	9	9/1
s_2	2	3	0	1	18	18/3

V	x_1	x_2	s_1	s_2	
Z	-1/3	0	0	4/3	24
s_1	1/3	0	1	-1/3	3
x_2	2/3	1	0	1/3	6

V	x_1	x_2	s_1	s_2	
Z	0	0	1	1	27
x_1	1	0	3	-1	9
x_2	0	1	-2	1	0

Solução óptima múltipla

- Surge quando temos só 0 nos coeficientes das variáveis de decisão na função de custo, mas ainda temos variáveis de folga na base
- Uma das restrições é perpendicular ao gradiente da função de custo
- Podemos passar uma dessas variáveis para a base