



Investigação Operacional

Victor Lobo



Sumário

- Introdução
- Programa da cadeira
- Bibliografia
- Horário de dúvidas e contactos
- Avaliação

O que é Investigação Operacional ?

- Investigar as operações
 - da empresa, embora tenha começado por operações militares

- Matemática aplicada à empresa

- Optimização
 - Optimização com restrições, optimização linear, não linear, inteira, com heurísticas, etc,etc...

O que é importante nesta cadeira ?

- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais
- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais
- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais
- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais

O que é importante nesta cadeira ?

- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais
- Conhecer algumas formalizações “padrão”
- Compreender as aproximações e limitações dos modelos
- Conhecer alguns métodos de optimização
 - Saber que existem outros, e onde os encontrar.
- Ser capaz de resolver alguns problemas

Programa

- 0 – Introdução à Investigação Operativa
- 1 - Programação Linear
- 2 – Programação Linear Inteira
- 3 – Gestão de projectos
- 4 – Métodos heurísticos
- 5 – Teoria da decisão
- 6 – Simulação
- 7 – Considerações Finais

Programa detalhado

- 0 – Introdução a IO
 - Pequena introdução à História da IO
 - Tipos de problemas e de soluções
 - Casos de aplicação
 - Revisões de matemática básica
- 1 - Programação Linear
 - Descrição de problemas de Programação Linear (PL)
 - Introdução à nomenclatura de PL
 - Formulação de problema em PL
 - Resolução de PL pelo método gráfico
 - O método **Simplex**
 - Referência a outros métodos (Dual, duas fases, Big M, Karmakar, elipsóide)
 - Utilização de software para problemas de PL
 - Análise de sensibilidade e análise paramétrica
 - Variáveis duais. Interpretação económica das variáveis duais

Programa detalhado

- 2 – Programação Linear Inteira
 - Problemas de Transportes e afectação
 - Problemas de PLI
 - Problemas de Optimização Combinatória
 - Pesquisas em árvore
- 3 – Gestão de projectos
 - Rede de projectos
 - Actividades críticas
 - Diagramas de Gant, e PERT/CPM
 - Optimização de recursos
- 4 – Métodos heurísticos
 - Introdução e história
 - Heurísticas construtivas e melhorativas
 - Heurísticas “gananciosas”
 - Pesquisas locais. Stochastic Hill Climbing, Simulated Anhealing, Tabu Search
 - Algoritmos Genéticos

Programa detalhado

- 5 – Teoria da decisão
 - Introdução à teoria da decisão
 - Ótimo de Bayes
 - Árvores de decisão
- 6 – Simulação
 - Introdução à Simulação
 - Aplicações
- 7 – Considerações Finais
 - Outras áreas de IO

Bibliografia

- Livro de texto
 - **Introduction to Operations Research, 8th edition**, F. Hiller & G. Lieberman, McGraw- Hill, 2005
- Outros
 - **Investigação Operacional**, M.Magalhães-Hill, M.M. Santos, Edições Sílabo, 1999
 - **Investigação Operacional**, L.V. Tavares, R.C. Oliveira, Isabel Themido, F.N.Correia, McGraw-Hill, 1996
 - **Operations Research – Applications and Algorithms**, W. Winston, 3rd edition, Intertantion Thompson Publishing, 1994

Resolução de problemas

- Papel e lápis
- MS-Excel
- Programas de IO
- Programas desenvolvidos pelo próprio

- Ideia geral
 - Usar Excel sempre que possível

Horário de dúvidas e contactos

- vlobo@isegi.unl.pt
 - Dúvidas
 - 2ª Feira às 20:00
 - Por mail em qualquer altura
 - Sempre que estiver no ISEGI (!)

 - Material de apoio
 - www.isegi.unl.pt/docentes/vlobo

Avaliação

- Exame Final
 - 80%
 - Nota mínima
- Trabalhos
 - Trabalho de pesquisa e síntese (10%)
 - Ler, apresentar, e comentar um artigo sobre aplicações práticas de IO
 - Trabalho prático (10%)
 - Usar um dos métodos dados num problema prático

História de IO

- Pré-2ª GG
- A 2ª GG
- Evolução

Ideias básicas

- Observar
 - Definir o problema e recolher dados
- Fazer modelos matemáticos
 - Se possível reduzir o problema a um modelo bem conhecido (é importante ter um “catálogo” de problemas bem conhecidos)
- Obter soluções a partir do modelo
 - Optimizar resultados, baseados nesses modelos
- Testar o modelo
 - Verificar se os resultados fazem sentido
 - Confirmar/rejeitar hipóteses
- Preparação e implementação prática
- Acompanhamento e verificação de resultados práticos

Tipos de modelos

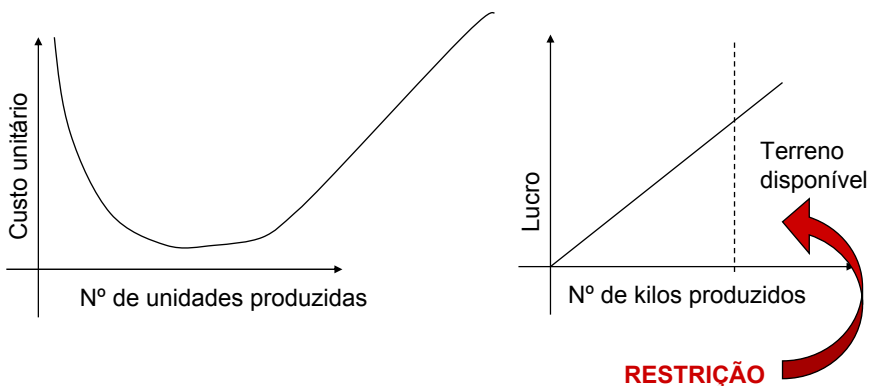
- Equações
 - Lineares, não lineares
- Sistemas de equações
- Regras lógicas (ou outras)
- Simuladores

- Restrições

Funções de custo

- O nome engana...
 - “Custo” pode ser custo (que se pretende minimizar)
 - “Custo” pode ser lucro (que se pretende maximizar)
- Problemas de maximização e minimização são equivalentes

Exemplos de funções de custo



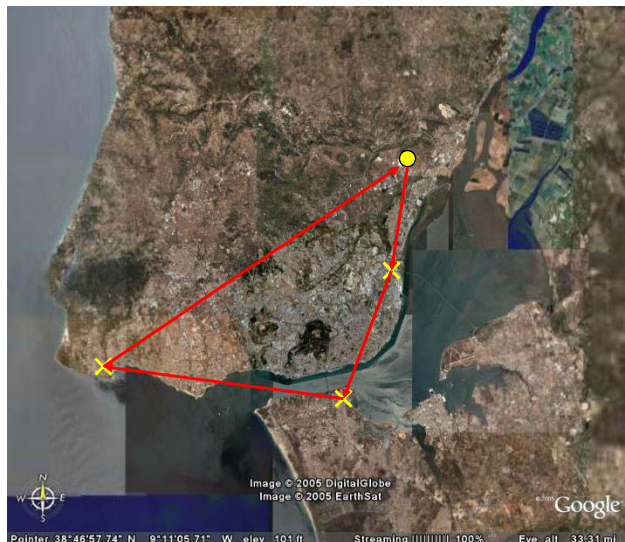
Modelos Lineares

- Todas as funções são lineares:
 - Lucro = $3x+2y+4z$, com $x+y+z=1$ e $x+y \geq z$
 - Lucro = $0.54x$, com $x \leq 2$
- Exemplo:
 - Quero maximizar o lucro de uma exploração agrícola, que pode produzir batatas (x_1), ou cebolas (x_2)
 - Cada tonelada de batata dá um lucro de 1000, e cada tonelada de cebola dá um lucro de 1200.
 - Para produzir uma tonelada de batata, são necessários 0.1 Hectares, e para produzir a mesma quantidade de cebolas são necessários 0.14 Hectares
 - Tenho só 2 Hectares de terra arável.

 - Função de custo a maximizar:
 - Lucro = $1000x_1 + 1200x_2$
 - Restrições:
 - $0.1x_1 + 0.14x_2 \leq 2$

Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa



Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa



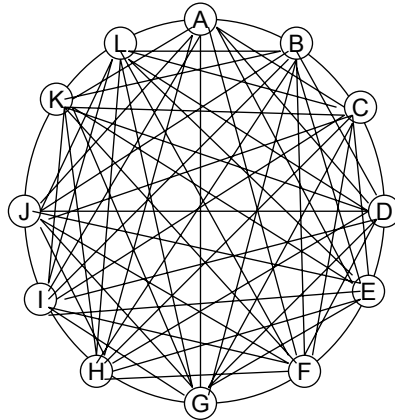
Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa



Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa
- Formalização
 - Através de um grafo



Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa
- Formalização
 - Através de uma matriz de custos (em tempo, em distância, em dinheiro, ou numa combinação de tudo...)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A	0	25,4	86,5	20,9	67,5	39,8	73,8	4,43	78,1	54,1	19,1	31,6
B	25,4	0	79,9	55,6	0,31	89,6	72,6	81,9	7,96	41,5	23,5	89,7
C	86,5	79,9	0	1,66	2,1	68,1	59,5	22,1	50,2	98	96,6	68,5
D	20,9	55,6	1,66	0	55,9	69,3	50,2	14	70,8	42,8	99,5	15,8
E	67,5	0,31	2,1	55,9	0	49,1	91	70,1	67,2	40,7	71,9	38,8
F	39,8	89,6	68,1	69,3	49,1	0	42,7	21,8	94	79,9	97,1	77
G	73,8	72,6	59,5	50,2	91	42,7	0	99,8	97,4	61,8	34,8	8,71
H	4,43	81,9	22,1	14	70,1	21,8	99,8	0	81,7	6,04	56,4	15,5
I	78,1	7,96	50,2	70,8	67,2	94	97,4	81,7	0	31,4	52,5	9,89
J	54,1	41,5	98	42,8	40,7	79,9	61,8	6,04	31,4	0	97,8	21,4
K	19,1	23,5	96,6	99,5	71,9	97,1	34,8	56,4	52,5	97,8	0	17,9
L	31,6	89,7	68,5	15,8	38,8	77	8,71	15,5	9,89	21,4	17,9	0

Programação Linear

Formulação

- Função de custo linear nas variáveis a otimizar
- Restrições são lineares
- Variantes:
 - Problema geral simples (Produção Geral)
 - resolúvel pelo método Simplex
 - Produção sequencial, “Napsac”, Trim-Loss, Transportes, etc, etc.

Problema de produção geral

- Produtos $x_1, x_2, x_3, x_4 \dots$
- Lucros unitários $C_1, C_2, C_3, C_4 \dots$
- Limites de recursos B_1, B_2, B_3, \dots
- Coeficientes técnicos (custos de produção) relativos a cada um dos recursos $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{21}, A_{22}, \dots$

Problema de produção geral

- Maximizar $Z = C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + \dots$

- Sujeito a

- $A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + A_{13}x_3 + \dots \leq B_1$

- $A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + A_{23}x_3 + \dots \leq B_2$

- ...

- $x_1, x_2, x_3, \dots \geq 0$

Queremos ter o máximo

..mas os recursos são limitados

as quantidades são sempre positivas

Vamos rever o problema das batatas e cebolas...

- A solução é óbvia ?

