

Investigação Operacional

Victor Lobo

Sumário

- Introdução
- Programa da cadeira
- Bibliografia
- Horário de dúvidas e contactos
- Avaliação

O que é Investigação Operacional ?

- Investigar as operações
 - da empresa, embora tenha começado por operações militares
- Matemática aplicada à empresa
- Optimização
 - Optimização com restrições, optimização linear, não linear, inteira, com heurísticas, etc,etc...

O que é importante nesta cadeira ?

- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais
- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais
- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais
- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais

O que é importante nesta cadeira ?

- Ser capaz de formalizar matematicamente problemas reais
- Conhecer algumas formalizações “padrão”
- Compreender as aproximações e limitações dos modelos
- Conhecer alguns métodos de optimização
 - Saber que existem outros, e onde os encontrar.
- Ser capaz de resolver alguns problemas

Programa

- 0 – Introdução à Investigação Operacional
- 1 - Programação Linear
- 2 – Programação Linear Inteira
- 3 – Gestão de projectos
- 4 – Métodos heurísticos
- 5 – Teoria da decisão
- 6 – Simulação
- 7 – Considerações Finais

Programa detalhado

- 0 – Introdução a IO
 - Pequena introdução à História da IO
 - Tipos de problemas e de soluções
 - Casos de aplicação
 - Revisões de matemática básica
- 1 - Programação Linear
 - Descrição de problemas de Programação Linear (PL)
 - Introdução à nomenclatura de PL
 - Formulação de problema em PL
 - Resolução de PL pelo método gráfico
 - O método **Simplex**
 - Referência a outros métodos (Dual, duas fases, Big M, Karmakar, elipsóide)
 - Utilização de software para problemas de PL
 - Análise de sensibilidade e análise paramétrica
 - Variáveis duais. Interpretação económica das variáveis duais

Programa detalhado

- 2 – Programação Linear Inteira
 - Problemas de Transportes e afectação
 - Problemas de PLI
 - Problemas de Optimização Combinatória
 - Pesquisas em árvore
- 3 – Gestão de projectos
 - Rede de projectos
 - Actividades críticas
 - Diagramas de Gant, e PERT/CPM
 - Optimização de recursos
- 4 – Métodos heurísticos
 - Introdução e história
 - Heurísticas construtivas e melhorativas
 - Heurísticas "gananciosas"
 - Pesquisas locais. Stochastic Hill Climbing, Simulated Anhealing, Tabu Search
 - Algoritmos Genéticos

Programa detalhado

- 5 – Teoria da decisão
 - Introdução à teoria da decisão
 - Óptimo de Bayes
 - Árvores de decisão
- 6 – Simulação
 - Introdução à Simulação
 - Aplicações
- 7 – Considerações Finais
 - Outras áreas de IO

Bibliografia

- Livro de texto
 - **Introduction to Operations Research, 8th edition**, F. Hiller & G. Lieberman, McGraw- Hill, 2005
- Outros
 - **Investigação Operacional**, M.Magalhães-Hill, M.M. Santos, Edições Sílabo, 1999
 - **Investigação Operacional**, L.V. Tavares, R.C. Oliveira, Isabel Themido, F.N.Correia, McGraw-Hill, 1996
 - **Operations Research – Applications and Algorithms**, W. Winston, 3rd edition, Intertantion Thompson Publishing, 1994

Resolução de problemas

- Papel e lápis
- MS-Excel
- Programas de IO
- Programas desenvolvidos pelo próprio

- Ideia geral
 - Usar Excel sempre que possível

Horário de dúvidas e contactos

- vlobo@isegi.unl.pt
 - Dúvidas
 - 2ª Feira às 20:00
 - Por mail em qualquer altura
 - Sempre que estiver no ISEGI (!)
 - Material de apoio
 - www.isegi.unl.pt/docentes/vlobo

Avaliação

- Exame Final
 - 80%
 - Nota mínima
- Trabalhos
 - Trabalho de pesquisa e síntese (10%)
 - Ler, apresentar, e comentar um artigo sobre aplicações práticas de IO
 - Trabalho prático (10%)
 - Usar um dos métodos dados num problema prático

História de IO

- Pré-2ª GG
- A 2ª GG
- Evolução

Ideias básicas

- Observar
 - Definir o problema e recolher dados
- Fazer modelos matemáticos
 - Se possível reduzir o problema a um modelo bem conhecido (é importante ter um "catálogo" de problemas bem conhecidos)
- Obter soluções a partir do modelo
 - Optimizar resultados, baseados nesses modelos
- Testar o modelo
 - Verificar se os resultados fazem sentido
 - Confirmar/rejeitar hipóteses
- Preparação e implementação prática
- Acompanhamento e verificação de resultados práticos

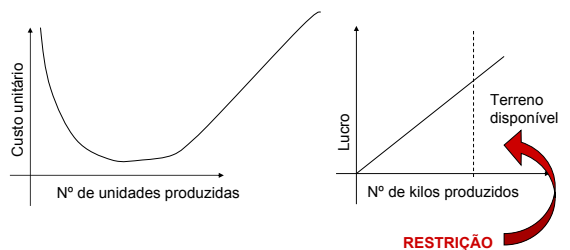
Tipos de modelos

- Equações
 - Lineares, não lineares
- Sistemas de equações
- Regras lógicas (ou outras)
- Simuladores
- Restrições

Funções de custo

- O nome engana...
 - "Custo" pode ser custo (que se pretende minimizar)
 - "Custo" pode ser lucro (que se pretende maximizar)
- Problemas de maximização e minimização são equivalentes

Exemplos de funções de custo



Modelos Lineares

- Todas as funções são lineares:
 - Lucro = $3x+2y+4z$, com $x+y+z=1$ e $x,y,z \geq 0$
 - Lucro = $0.54x$, com $x \leq 2$
- Exemplo:
 - Quero maximizar o lucro de uma exploração agrícola, que pode produzir batatas (x_1), ou cebolas (x_2)
 - Cada tonelada de batata dá um lucro de 1000, e cada tonelada de cebola dá um lucro de 1200.
 - Para produzir uma tonelada de batata, são necessários 0.1 Hectares, e para produzir a mesma quantidade de cebolas são necessários 0.14 Hectares
 - Tenho só 2 Hectares de terra arável.
- Função de custo a maximizar:
 - Lucro = $1000x_1 + 1200x_2$
- Restrições:
 - $0.1x_1 + 0.14x_2 \leq 2$

Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa



Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa



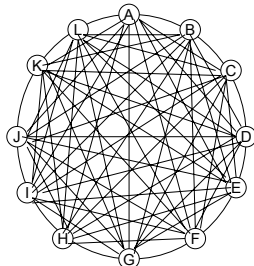
Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa



Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa
- Formalização
 - Através de um grafo



Exemplo de TSP

- Distribuição de queijo fresco na região de Lisboa
- Formalização
 - Através de uma matriz de custos (em tempo, em distância, em dinheiro, ou numa combinação de tudo...)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
A	0	25.4	86.5	20.9	67.5	39.8	73.8	4.43	78.1	54.1	19.1	31.6
B	25.4	0	79.9	56.6	0.31	89.6	72.6	81.9	7.86	41.5	23.5	89.7
C	86.5	79.9	0	1.66	2.1	60.1	59.5	22.1	50.2	30	96.6	60.5
D	20.9	56.6	1.66	0	55.9	83.3	50.3	14	70.8	42.8	99.5	15.8
E	67.5	0.31	2.1	55.9	0	49.1	91	70.1	62.2	40.7	71.9	38.8
F	39.8	89.6	60.1	69.3	49.1	0	42.7	21.8	94	79.9	97.1	77
G	73.8	72.6	59.5	50.2	91	42.7	0	99.8	97.4	61.8	34.8	8.71
H	4.43	81.9	22.1	14	70.1	21.8	99.8	0	81.7	61.4	56.4	15.5
I	78.1	7.86	50.2	70.8	62.2	94	97.4	81.7	0	31.4	52.5	9.89
J	54.1	41.5	30	42.8	40.7	79.9	61.8	6.04	31.4	0	97.8	21.4
K	19.1	23.5	96.6	99.5	71.9	97.1	34.8	46.4	52.5	97.8	0	17.9
L	31.6	89.7	60.5	15.8	38.8	77	8.71	15.5	9.89	21.4	17.9	0

Programação Linear

Formulação

- Função de custo linear nas variáveis a otimizar
- Restrições são lineares
- Variantes:
 - Problema geral simples (Produção Geral)
 - resolúvel pelo método Simplex
 - Produção sequencial, "Napsac", Trim-Loss, Transportes, etc, etc.

Problema de produção geral

- Produtos $x_1, x_2, x_3, x_4 \dots$
- Lucros unitários $C_1, C_2, C_3, C_4 \dots$
- Limites de recursos B_1, B_2, B_3, \dots
- Coeficientes técnicos (custos de produção) relativos a cada um dos recursos $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{21}, A_{21}, \dots$

Problema de produção geral

- Maximizar $Z = C_1X_1 + C_2X_2 + C_3X_3 + \dots$
- Sujeito a
 - $A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + A_{13}X_3 + \dots \leq B_1$
 - $A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + A_{23}X_3 + \dots \leq B_2$
 - ...
 - $X_1, X_2, X_3, \dots \geq 0$

Queremos ter o máximo

..mas os recursos são limitados

as quantidades são sempre positivas

Vamos rever o problema das batatas e cebolas...

- A solução é óbvia ?

