

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Sistemas Digitais

### ● DECIMAL

- SÍMBOLOS 0,1 .. 9
- $1842 \Rightarrow 1 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 2 \times 10^0$

### ● OCTAL

- SÍMBOLOS 0..7
- $1634 \Rightarrow 1 \times 8^3 + 6 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 4 \times 8^0$

A POSIÇÃO é que dá importância ou PESO ao dígito.  
O dígito MAIS SIGNIFICATIVO é o que está mais à esquerda (MSB)  
O dígito MENOS SIGNIFICATIVO é o que está mais à direita (LSB)

### ● HEXADECIMAL

- SÍMBOLOS 0..9,A,B,C,D,E,F
- $5F1A0 \Rightarrow 5 \times 16^4 + 15 \times 16^3 + 1 \times 16^2 + 10 \times 16^1 + 0 \times 16^0$

### ● BINÁRIO

- SÍMBOLOS 0,1
- $10110 \Rightarrow 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$

1

## SISTEMA BINÁRIO

Sistemas Digitais

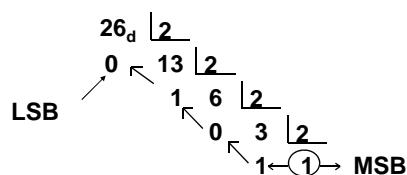
### ● IMPORTÂNCIA DO SISTEMA BINÁRIO

- Fácil implementação física
- Implementação com sistemas hidráulicos, eléctricos, luminosos, etc.

### ● CONVERSÕES:

- DECIMAL  $\rightarrow$  BINÁRIO
- BINÁRIO  $\rightarrow$  DECIMAL

$$26_d = 11010_b$$



$$10100110_b = 166_d$$

1	0	1	0	0	1	1	0
128	64	32	16	8	4	2	1

$$128+32+4+2=166$$

2

# Sistemas Digitais

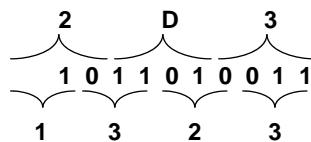
Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## BASES POTÊNCIAS DE 2

Sistemas Digitais

- As bases que são potências de 2 são facilmente convertidas em binário e vice-versa

- Octal                  1 dígito octal = 3 dígitos binários
- Hexadecimal          1 dígito hexa = 4 dígitos binários



$$2D3_H = 1011010011_b = 1323_{\text{Oct.}}$$

- Vantagens

- Usam menos dígitos para representar um dado número
- São mais facilmente entendidas por humanos
- São muito usadas

3

## Aritmética binária

Sistemas Digitais

- Basicamente as mesmas regras que a aritmética decimal !

- Somam-se os números dígito a dígito
- De um dígito para o seguinte (mais significativo), pode "ir um", ou seja pode haver "CARRY"
- 1 e 1 são dois (ou seja  $10_b$ )
- Exemplo:

Adição →

$$\begin{array}{r} (11011)_2 \\ + (10011)_2 \\ \hline (101110)_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} (647)_{10} \\ + (537)_{10} \\ \hline (1184)_{10} \end{array}$$

Multiplicação →

$$\begin{array}{r} 1101 \\ \times 101 \\ \hline 1101 \\ 0000 \\ \hline 1101 \\ 1000001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 152 \\ \times 231 \\ \hline 152 \\ 456 \\ \hline 304 \\ 35012 \end{array}$$

São apenas deslocamentos e somas !!!

4

# Sistemas Digitais

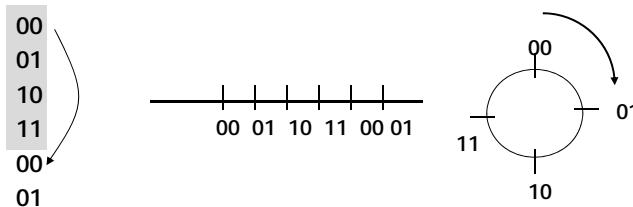
Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## Aritmética binária

Sistemas Digitais

### ● Numa máquina, o número de dígitos é FINITO

- Não posso usar todos os dígitos que quiser
- Há um número MÁXIMO que se pode representar:



### ● Consequência da representação com um número FINITO de dígitos

- Os números não são representados por uma recta, mas sim por uma circunferência !

5

## REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS NEGATIVOS

Sistemas Digitais

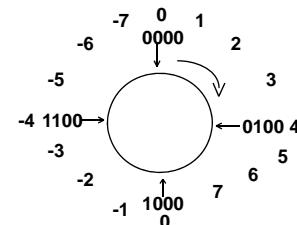
### ● Problema:

- Como indicar que um número é negativo, sem usar o símbolo “-” (usando apenas 0 e 1)
- Solução: usar uma das posições para representar o sinal

### ● SINAL E MÓDULO (signed integer)

- O bit mais significativo representa o sinal, e os restantes a magnitude
- Sinal = 0 => Positivo (representação normal)
- Sinal = 1 => Negativo
- Exemplos:

0100 = 4  
1100 = -4  
0010 = 2  
1011 = -3



6

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## COMPLEMENTO PARA 2

Sistemas Digitais

### ● Ideia Base

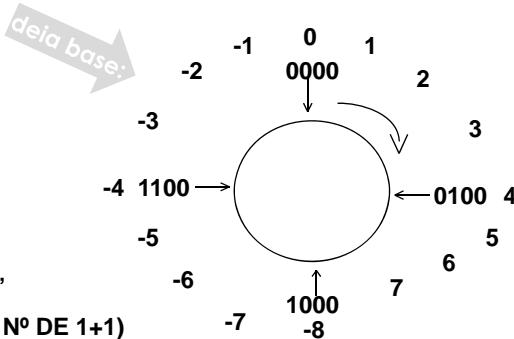
- Facilitar somas e subtrações

$$\rightarrow N^{(2)} = M - N$$

NÚMERO 'N'

MÓDULO (MÁX N° DE 1+1)

NÚMERO 'N' EM COMPLEMENTO PARA 2



Regra para fazer as conversões:  
COMPLEMENTAR TODOS OS DÍGITOS A PARTIR DO 1º '1'

$$\begin{array}{r} 100000 \\ -00110 \\ \hline 11010 \end{array}$$

$$00110 (6_{10}) \Rightarrow 11010 (-6_{10})$$

7

## COMPLEMENTO PARA 2

Sistemas Digitais

### ● Complemento para 2

- Usa o bit mais significativo para representar o sinal (tal como anteriormente)
- Os restantes bits são calculados de acordo com o algoritmo apresentado
- Vantagens
  - Permite ver rapidamente se um número é positivo ou negativo
  - Não existem números repetidos (com 2 representações)
  - O número -1 está imediatamente antes do 0
  - As operações de soma e subtração podem ser feitas usando os algoritmos usuais

### ● Algoritmos para a conversão positivo/negativo em complemento p/2

- Subtrair o número positivo ao número  $1000\dots (2^N)$
- Começar do lado direito, e deixar na mesma todos os dígitos até ao primeiro 1 (inclusive). Complementar todos os dígitos a partir desse ponto.

8

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## Números não-inteiros

Sistemas Digitais

- Representação em vírgula fixa

- Igual a sinal e módulo
- Número pré-determinado de dígitos são para a parte fraccionária
- Exemplo:
  - Pré-fixado que há dois dígitos binários para a parte fraccionária
  - $2.5 = 1010$

- Coeficientes da parte fraccionária

- Potências negativas da base
- $2^{-1} (=0.5)$ ,  $2^{-2} (=0.25)$ , ....

- Representação em vírgula flutuante

9

## Representação em vírgula flutuante

Sistemas Digitais

- Permitem uma maior GAMA DE VARIAÇÃO

- Têm menos precisão que vírgula fixa

- Representação:

$$+ 0.43 \times 10^{+6} = 430000$$

↑      ↑      ↑  
Sinal   Mantissa   Expoente (c/sinal)  
Base

- Norma IEEE-754 (single precision floating point)

- 32 bits - 1 bit de sinal, 8 bits de expoente, 23 bits de mantissa



10

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## CÓDIGOS BINÁRIOS - numéricos

Sistemas Digitais

- Para representação de números, sem ser em binário natural

- Para simplificar as convenções binário / decimal
- BCD - Binary coded decimal (natural, ou 8421)
  - Usam-se 4 dígitos binários para cada dígito decimal
  - Perdem-se 6 posições em cada 16
- Aiken (ou 2421)
  - Os bits têm peso 2421
  - Os números desperdiçados são os "do meio"
  - Permite distinguir facilmente os números maiores que 5
  - É autocomplementar
- Excesso 3 (não ponderado)
  - Usa os 10 números "do meio" - 3 a 13
  - É autocomplementar
- 7421 - Minimiza o consumo

11

## CÓDIGOS BINÁRIOS - numéricos

Sistemas Digitais

Dec.	BCD	AIKEN	EXC.3	7421
0	0000	0000	0011	0000
1	0001	0001	0100	0001
2	0010	0010	0101	0010
3	0011	0011	0110	0011
4	0100	0100	0111	0100
5	0101	1011	1000	0101
6	0110	1100	1001	0110
7	0111	1101	1010	1000
8	1000	1110	1011	1001
9	1001	1111	1100	1010

### Gray

0000  
0001  
0011  
0010  
0110  
0111  
0101  
0100  
... ...

- Código Gray (binário reflectido)

- Serve para minimizar transições
- Pode resolver problemas de estados transitórios nas mudanças
  - Conversores físicos
- É um código cíclico
- Fácil passagem para binário

12

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## Representar o mundo com 0's e 1's

Sistemas Digitais

### ● Consigo representar números

- Binário natural, complemento para 2, vírgula fixa, vírgula flutuante

### ● Com números posso representar:

- TEXTO
- IMAGEM
- SOM
- Outros
  - Vibração
  - Cheiro
  - ....o que quiser....



### ● Para trocar informação

- Tem que haver NORMAS para interpretar os 0s e 1s
- Formato PDF, DOCX, JPG, XLS, MP3, etc,etc

13

## CÓDIGOS BINÁRIOS - Alfanuméricos

Sistemas Digitais

### ● Para representação de caracteres

- Código ASCII
  - American Standard Code for Information Interchange
  - Define caracteres normais, símbolos, e caracteres de controlo.
  - Extensões para 8 bits para caracteres especiais
- Código ebcDIC (usado apenas na IBM)
- Unicode (16 bits, extensão do ASCII que inclui caracteres orientais)

0	16	32	48	0	64	@	80	P	96	.	112	p	
1	17	33	!	49	1	65	A	81	Q	97	a	113	q
2	18	DC2	"	50	2	66	B	82	R	98	b	114	r
3	19	DC3	#	51	3	67	C	83	S	99	c	115	s
4	20	DC4	\$	52	4	68	D	84	T	100	d	116	t
5	21	37	%	53	5	69	E	85	U	101	e	117	u
6	22	38	&	54	6	70	F	86	V	102	f	118	v
7	BEL	23	'	55	7	71	G	87	W	103	g	119	w
8	BS	24	(	56	8	72	H	88	X	104	h	120	x
9	25	41	)	57	9	73	I	89	Y	105	i	121	y
10	LF	26	*	58	:	74	J	90	Z	106	j	122	z
11		27	ESC	43	+	59	;	75	K	91	[	107	k
12	FF	28	,	60	<	76	L	92	\	108	l	124	
13	CR	29	-	61	=	77	M	93	J	109	m	125	}
14	SO	30	.	62	>	78	N	94	^	110	n	126	-
15	SI	31	/	63	?	79	O	95	_	111	o	127	

14

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## Imagens

Sistemas Digitais

- Ideia geral

- Dividir a imagem em "quadradinhos", ou "Picture Elements"  
→PIXEL
- Cada PIXEL pode ocupar 1 bit (0,1) ou vários, para ter diferentes cores, intensidades, etc

- Formatos raster

- BMP (Windows Bitmap)  
→24 bits (3 Bytes), equivalente a R,G,B, por pixel.  
→Não tem compressão
- TIFF (Tagged Image File Format)  
→24 ou 32 bits  
→Usa compressão sem perdas (LZW)
- JPEG (Joint Photographic Experts Group)  
→Compressão com perdas, RFC 1341
- (RAW) – Sem cabeçalho, formatação, ou compressão

- Outros formatos

- Formato Vectorial (p.ex. PCX)
- Outros (GIF, PNG, CGM, SVG, JPG(2000), TGA, PDF, CDR, EPS, ODG, WMF, XPS, VML, XPS, DXF, PIC)

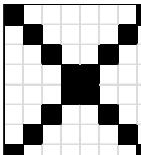
## Exemplo de um formato de imagem

Sistemas Digitais

- Consideremos a seguinte imagem:

- A codificação (raw) seria:

1	0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0



X

- Representado de outra maneira

- Em bits:

→10000001010000100010010000011000000110000010010001000010  
10000001

- Em números de 8 bits representados em:

→Decimal: 129,66,36,24,24,36,66,129

→Hexadecimal: 81,42,24,18,18,24,42,81

- Com cabeçalho: (3 bytes para profundidade de cor, 2 para largura, 2 para altura: 00 00 01 00 08 00 08 81 42 24 18 18 24 43 81.

16

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## Sons

Sistemas Digitais

### ● Ideia geral

- O som é um sinal que representa variações de pressão
- Em cada instante verifica-se qual o valor (relativo) da pressão
  - Quantificação do sinal determina erro quantificação
- Periodicamente vai-se repetir o processo
  - Frequência de amostragem determina a gama de frequências que se consegue observar.

### ● Formatos de som

- WAV
  - Guarda o sinal de pressão
- MP3
  - Cumpre a informação
  - Calcula a transformada de Fourier, e guarda apenas os coeficientes mais importantes

## ERROS

Sistemas Digitais

### ● O que é um erro

- É um 1 passar a 0, ou vice-versa

### ● Erros de transmissão

### ● Degradação do meio magnético

### ● Soluções

- Mandar informar redundante para confirmação
- Utilização de BITS DE PARIDADE
  - 1 bit permite detectar se houve um número ímpar de erros
  - Paridade Par, Ímpar, Mark, e Space
  - Paridade byte a byte, e paridade vertical
- Utilização de códigos correctores
  - Códigos de Hamming 5/3
- Utilização de checksums

18

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

Sistemas Digitais

## ALGEBRA DE BOOLE

Regras matemáticas para manipular os  
0's e 1's com que representamos o  
mundo

19

### Álgebra DE BOOLE

Sistemas Digitais

#### ● Definição FORMAL

$$\{ U, +, \cdot \} \quad U = \text{Conjunto finito}$$

$+,\cdot = \text{Operações (soma , produto)}$

$$1 \rightarrow a + b \in U \\ a \cdot b \in U$$

$$4 \rightarrow a(b+c) = ab+ac \\ a+b+c = (a+b)(a+c)$$

$$2 \rightarrow a + b = b + a \\ a \cdot b = b \cdot a$$

$$5 \rightarrow a + X = 1 \\ a \cdot X = 0$$

$$3 \rightarrow a + 0 = a \\ a \cdot 1 = a$$

$$X \equiv \bar{a} \quad (\text{complemento})$$

20

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## UTILIDADE EM SISTEMAS LÓGICOS

Sistemas Digitais

- Consideramos  $U = \{0,1\}$

- o conjunto U é apenas os 2 valores binários
- podemos implementar facilmente este tipo sistemas com:  
lâmpadas, relés, transistores, actuadores mecânicos e hidráulicos, etc.

Usamos binário porque é fácil fazer máquinas que tenham 2 estados possíveis

- Operação adição

- Corresponde ao OU lógico

$$U = \{ 0, 1 \}$$

- Operação de multiplicação

- Corresponde ao E lógico

$+$  = "OR" ( operação OU )

- Operação complemento

- É a simples negação

$,$  = "AND" ( operação E )

Complemento = "NOT" ( operação NEGAÇÃO )

21

## TEOREMAS

Sistemas Digitais

- Vão ser as ferramentas para toda a manipulação de dados que vamos fazer...

- PRINCÍPIO DA DUALIDADE

- Se uma dada proposição é verdadeira, então, substituindo os 1 com OU e os 0 com E, obtenho também uma proposição verdadeira

- 1 - ELEMENTO ABSORVENTE

- $A \cdot 0 = 0$                    $A + 1 = 1$

- 2 - ELEMENTO NEUTRO

- $A \cdot 1 = A$                    $A + 0 = A$

- 3 - IDEMPOTÊNCIA

- $A \cdot A = A$                    $A + A = A$

22

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## TEOREMAS

Sistemas Digitais

### ● 4 - COMPLEMENTARIDADE

$$- A \cdot \bar{A} = 0 \quad A + \bar{A} = 1$$

### ● 5 - INVOLUÇÃO

$$- A = \bar{\bar{A}}$$

### ● 6 - COMUTATIVIDADE

$$- A \cdot B = B \cdot A \quad A + B = B + A$$

### ● 7 - ASSOCIATIVIDADE

$$- A \cdot B \cdot C = (A \cdot B) C = A \cdot (B \cdot C)$$
$$- A + B + C = (A + B) + C = A + (B + C)$$

### ● 8 - LEIS DE DeMORGAN

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

23

## TEOREMAS

Sistemas Digitais

### ● 9 - DISTRIBUTIVIDADE

$$- A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$
$$- A + B C = (A + B) \cdot (A + C)$$

### ● 10 - ABSORÇÃO

$$- A + A B = A \quad A (A + B) = A$$

### ● 11 -

$$- A B + A \bar{B} = A \quad (A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A$$

### ● 12 -

$$- A + \bar{A} B = A + B \quad A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$$

### ● 13 - TEOREMA DO TERMO INCLUÍDO

$$- A B + \bar{A} C + B C = A B + \bar{A} C$$
$$- (A + B) (\bar{A} + C) (B + C) = (\bar{A} + B) (A + C)$$

24

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## DEMONSTRAÇÕES

Sistemas Digitais

### ● USANDO TABELAS DE VERDADE

- Demonstra-se para TODOS os casos possíveis.
- Tabela de verdade das funções AND e OR

A	B	S = A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	S = A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

25

## EXEMPLO:

Sistemas Digitais

### ● Provar que $A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$

A	B	$\bar{A}$	$\bar{A} + B$	$A \cdot (\bar{A} + B)$	$A \cdot B$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1

26

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## Funções de 2 variáveis

Sistemas Digitais

- Quantas funções existem de 2 variáveis ?
  - É um número finito.
  - 2 variáveis  $\Rightarrow$  4 combinações de entrada  $\Rightarrow 2^4=16$  funções
  - 3 delas decorrem imediatamente da definição da álgebra
    - AND ( E, . )
    - OR ( OU, + )
    - NOT ( NEG, - )
  - Há outras funções que são muito usadas: XOR, NAND, NOR
- Implementação física
  - Sistemas mecânicos (alavancas, rodas dentadas)
  - Sistemas hidráulicos (usados em certos ambientes perigosos)
  - Sistemas eléctricos (relés)
  - Sistemas electrónicos (transístores, dióodos, circuitos integrados)
    - De longe o mais eficiente, logo mais usado !

27

Sistemas Digitais

## Implementação FÍSICA da Álgebra de Boole

Montar circuitos ou máquinas que façam  
as operações previstas na álgebra de  
boole (and, or, not, ...)

28

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Digitais

### ● PORTA "AND" C/ RELÉS

Implementação física

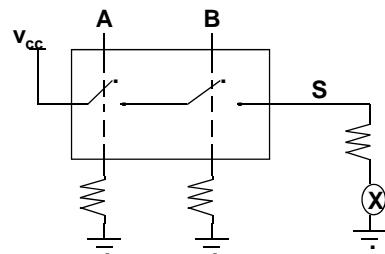


Tabela de verdade

A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Símbolo Lógico



29

## REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Digitais

### ● PORTA "OU" C/ RELÉS

Implementação física

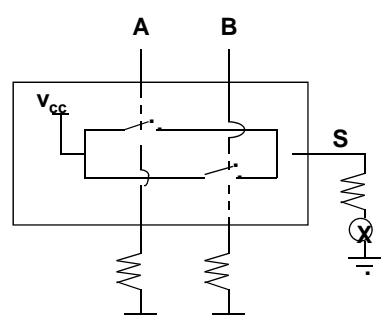


Tabela de verdade

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Símbolo Lógico



30

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Digitais

### ● PORTA "NOT" C/ RELÉS

Implementação física

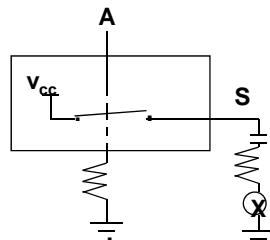
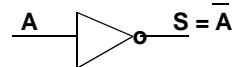


Tabela de verdade

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Símbolo Lógico



31

## REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Digitais

### ● PORTA "NAND" C/ RELÉS

Implementação física

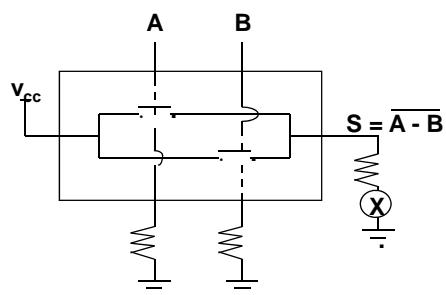
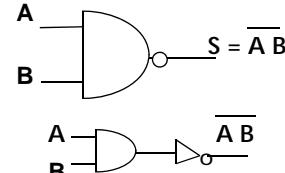


Tabela de verdade

A	B	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Símbolo Lógico



32

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Digitais

### ● PORTA “NOR” C/ RELÉS

Implementação física

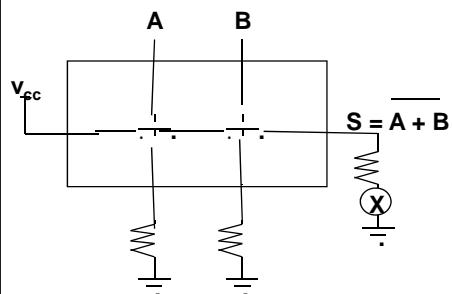


Tabela de verdade

A	B	$\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Símbolo Lógico



33

## REALIZAÇÃO FÍSICA COM INTERRUPTORES

Sistemas Digitais

### ● PORTA “XOR” C/ RELÉS

Implementação física

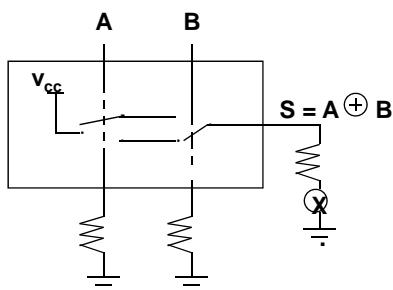
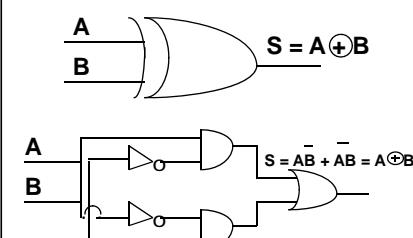


Tabela de verdade

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Símbolo Lógico



34

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## Outras simbologias

Sistemas Digitais

### ● Norma ANSI Y.32.14

- Simplifica a representação das portas lógicas
- É menos "bonita", mas mais eficiente



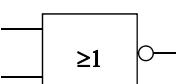
AND



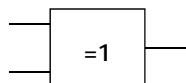
NAND



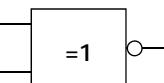
OR



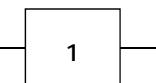
NOR



XOR



XNOR



Identidade



NOT

35

## Exercícios

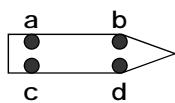
Sistemas Digitais

### ● Problema do alarme de segurança

- Suponha que existem dois sensores de incêndio, e uma lâmpada que deverá acender quando um deles fôr activado. Projecte o circuito que actua sobre a lâmpada.

### ● Problema da segurança do navio

- Suponha num dado navio existem 4 pontos onde devem estar sentinelas quando o navio está fundeado: dois em cada bordo, um na alheta, outro na amura. Em cada um desses pontos está um sensor que envia um sinal 1 quando aí se encontra um sentinela, e 0 em caso contrário. Na câmara de oficiais deverão existir duas lâmpadas: uma amarela, outra vermelha. A vermelha deverá acender sempre que não há qualquer sentinela num dos bordos. A amarela deverá acender quando há apenas 2 sentinelas nos seus postos. Projecte o circuito que resolve este problema.



36

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## Exercícios

Sistemas Digitais

### ● PROBLEMA DO SEMÁFORO “POR PEDIDO”

- Imagine que num dado local existe um estrangulamento numa estrada onde só passa um automóvel. Existem uns sensores para indicar que há um automóvel em cada lado do estrangulamento, e dois semáforos (verde/vermelho) que controlam o acesso a essa área. Se apenas houver automóveis de um dos lados, o semáforo deverá deixar passar esses automóveis. Se não houver automóveis em qualquer dos lados, os semáforos deverão estar ambos vermelhos. Caso contrário, o semáforo deverá estar verde para apenas um dos lados (à sua escolha).



37

## SUFICIÊNCIA DO NAND

Sistemas Digitais

### ● Quantas portas diferentes são necessárias para gerar uma função booleana ?

- A álgebra é definida com três operações (que por definição geram todas as funções possíveis):  
→AND, OR, NOT
- Se eu conseguir realizar essas funções com uma só gate, poderei gerar qualquer outra função com essa gate

### ● Suficiência do NAND

- $\text{NOT}(A) = \text{A NAND A}$
- $A \text{ AND } B = (\text{A NAND B}) \text{ NAND } (\text{A NAND B})$
- $A \text{ OR } B = (\text{A NAND A}) \text{ NAND } (\text{B NAND B})$

38

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## REALIZAÇÕES FÍSICAS

Sistemas Digitais

### ● FAMÍLIAS LÓGICAS

- Permitem ligações directas entre as diversas portas lógicas
- Exemplos: interruptores, relés, sistema mecânico e hidráulico

### ● FAMÍLIAS ELECTRÓNICAS

- DTL ,RTL
  - Fácil compreensão
- ECL
  - Muito rápida, consome bastante
- CMOS
  - Consumo muito baixo, tolerância a diversos níveis de tensão, grande integração (integrados da família 4000)
- I<sup>2</sup>L
  - Mais uma alternativa...
- TTL
  - Barato, simples de usar, compromisso bastante bom de características. É a mais usada (integrados da família 74xx, 54xx)

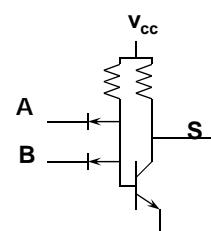
39

## DTL

Sistemas Digitais

### ● Diode-Transistor Logic

- Usa diodos e transístores
- Exemplo: gate NAND
- Hipótese 1: A=0v ou B=0v
  - Os diodos conduzem
  - A tensão na base do transíster é aprox. =0v
  - O transíster não conduz
  - A resistência de saída faz de pull-up:  
 $S=5v$
- Hipótese 2: A=B=1
  - Os diodos não conduzem
  - A resistência de entrada faz com que a tensão na base do transíster seja aproximadamente = 5v
  - O transíster conduz
  - A tensão de saída é aprox. =0v



40

# Sistemas Digitais

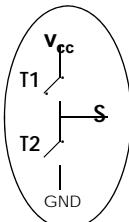
Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## TTL

Sistemas Digitais

### ● Transistor-Transistor Logic

- Transístores de junção bipolar
- Vamos estudar apenas
  - Andar de entrada (diodos)
  - Andar de saída (totem-pole)



#### Andar de saída

T1	T2	Saida
ON	OFF	V <sub>CC</sub>
OFF	ON	GND
OFF	OFF	Tri-State
ON	ON	Bumm!

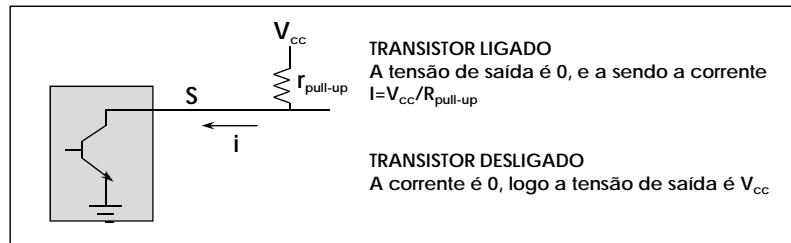
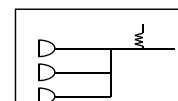
41

## TTL

Sistemas Digitais

### ● Gates Open-Collector

- O andar de saída só tem um transístor (ligado à massa)
- A gate pode forçar o valor lógico ZERO
- Tem que haver uma resistência externa de PULL-UP para forçar o nível lógico 1
- Posso implementar um WIRED-AND, ligando várias saídas O.C.



42

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## CARACTERÍSTICAS

Sistemas Digitais

### ● TTL

- FACILIDADE DE FABRICO, E DISPONIBILIDADE
- ROBUSTEZ E FIABILIDADE
- BAIXO CUSTO
- CONSUMO MODERADO ( LOGO DISSIPACÃO MODERADA)
- FAMÍLIA 74xxx e 54xxx
  - 54xx tem especificações militares: grande amplitude te temperaturas/humidade/vibração, distribuição optimizada dos pinos
  - VARIAÇÕES 74S , 74LS , 74L , 74H (consumo, velocidade)

### ● CMOS, NMOS e PMOS

- TRANSISTORES DE EFEITO DE CAMPO
- CONSUMO MUITO BOM
- LENTIDÃO , E PROBLEMAS C/ ESTÁTICA
- MAIOR FLEXIBILIDADE NOS NÍVEIS DE TENSÃO
- FAMÍLIA 40xx

43

## CARACTERÍSTICAS

Sistemas Digitais

### ● FAN-OUT

- Nº de portas que podem ser ligadas à saída
- Pode ser especificado em número de gates que consegue alimentar (da mesma família lógica) ou em corrente máxima de saída (em mA).

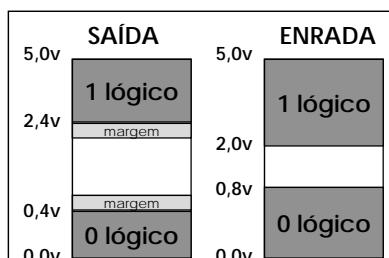
### ● FAN-IN

- Corrente que injecta/consume na entrada

### ● MARGEM DE RUÍDO

- Tolerância entre níveis
- 0 lógico não é 0v

Nota:  
O que é ruído ?  
Quals os seus efeitos ?  
Quals são as fontes de ruído ?  
Como pode ser diminuido ?



44

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## CARACTERÍSTICAS

### ● FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

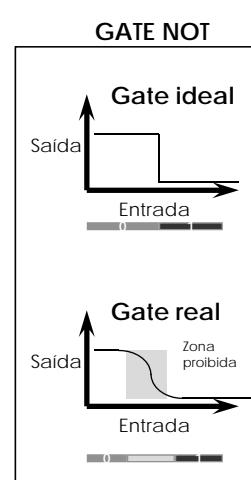
- A transição de 0 lógico para 1 lógico não é perfeita
- Exemplo: gate NOT

### ● TEMPO DE PROPAGAÇÃO

- Uma gate leva um certo tempo até que as saídas reflectam o estado das entradas
- O tempo de propagação quando as saídas têm que passar de 0 para 1 é normalmente diferente de 1 para 0.

### ● DISSIPAÇÃO

- As gates consomem corrente que provoca aquecimento
- O aquecimento é normalmente proporcional à velocidade de processamento



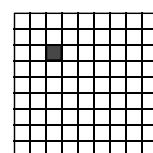
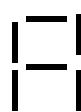
45

## DISPLAYS

Sistemas Digitais

### ● Quanto à tecnologia física

- Indicadores de descarga de gás
  - são válvulas
- Leds - diodos emissores de luz
  - Baixo consumo
  - Interface muito simples
  - Grande variedade
- Cristais Líquidos (lcd)
  - Consumo muitíssimo baixo
  - Mudanças na polarização (provocados pela aplicação de campo eléctrico) fazem com que a luz não seja reflectida



46

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## FUNÇÕES BOOLEANAS

Sistemas Digitais

- $S = F(A)$     $S = F(A,B,C, \dots)$ 
  - Onde A,B,C, ... podem assumir os valores 0 e 1

- PARA UM DADO NÚMERO DE VARIÁVEIS, O N<sup>a</sup> DE FUNÇÕES POSSÍVEIS É LIMITADO

- Exemplo: FUNÇÕES DE 1 VARIÁVEL:

FUNÇÃO	ENTRADAS	DESIGNAÇÃO	EXPRESSÃO DE BOOLE
S0	0 0	Zero	0
S1	0 1	Igualdade	A
S2	1 0	Negação	!A (ou A)
S3	1 1	Identidade	1

47

## FUNÇÃO DUAL E COMPLEMENTO

Sistemas Digitais

### ● FUNÇÃO DUAL

- G é função dual de F sse  $G(A) = (F(A^*))^*$
- ( $X^*$  é o dual de X se em X trocar 1 por 0, + por . , e vice-versa)
- Exemplos
  - O dual da função AND é a função OR
  - O dual da negação é a própria negação

### ● FUNÇÃO COMPLEMENTO

- G é função complemento de F sse  $G(A) = \overline{F(A)}$
- O complemento da função AND é a função NAND
- O complemento da negação é a igualdade

48

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## FUNÇÕES DE 2 VARIÁVEIS

Sistemas Digitais

FUNÇÃO	ENTRADAS 00 ,01,10,11	DESIGNAÇÃO	EXPRESSÃO DE BOOLE	NOTAÇÃO	DUAL	COMPLE- MENTO
S0	0 0 0 0	Zero	0	A.B	15	15
S1	0 0 0 1	And	A.B		7	14
S2	0 0 1 0	Inibição ou Nix	A.B*		11	13
S3	0 0 1 1	Igualdade	A		3	12
S4	0 1 0 0	Inibição ou Nix	A*.B		13	11
S5	0 1 0 1	Igualdade	B		5	10
S6	0 1 1 0	Or Exclusivo ou Dilema	A*.B+A.B*	A $\oplus$ B	9	9
S7	0 1 1 1	Or (Inclusivo)	A+B	A+B	1	8
S8	1 0 0 0	Nor ou função Dagger	(A+B)*	$\overline{A+B}$	14	7
S9	1 0 0 1	Equivalência	A.B+A*.B*	$A \equiv B$	6	6
S10	1 0 1 0	Not (Negação)	B*		10*	5
S11	1 0 1 1	Implicação Material	A+B*	$B \Rightarrow A$	2	4
S12	1 1 0 0	Not (Negação)	A*		12	3
S13	1 1 0 1	Implicação Material	A*+B	$A \Rightarrow B$	4	2
S14	1 1 1 0	Nand ou Função Stroke	(A.B)*	$A \cdot B$	8	1
S15	1 1 1 1	Unidade ou Identidade	1		0	0

49

## FORMAS CANÓNICAS

Sistemas Digitais

- Como identificar de forma unívoca e normalizada uma dada função?

- Expressões analíticas podem ter várias formas
- Tabelas de verdade são muito extensas
- Formas canónicas: são a solução ideal
  - A tabela de verdade tem na coluna de resultados 0 ou 1
  - Posso identificar a função dizendo que entradas da tabela de verdade são 1 (ou 0)
  - A tabela de verdade tem que ter as entradas por uma determinada ordem

$$A\bar{B} + \bar{A}B = A.\bar{B} + !A.B = A \oplus B$$

As entradas estão por ordem (0,1,2,3)

A	B	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

As linhas 1 e 2 têm 1

$F_{1,2}$

50

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## FORMAS CANÓNICAS

Sistemas Digitais

### ● Como identificar as linhas da tabela de verdade ?

- Cada linha corresponde a um produto de todas as variáveis

### ● MINTERMOS

- Produtos que englobam todas as variáveis independentes
- Correspondem às linhas da tabela de verdade, se esta for escrita de modo a que as variáveis formem o código binário
- São numeradas, atribuindo 0 às variáveis negadas , e 1 às afirmadas

### ● MAXTERMOS

- Somatórios que englobam todas as variáveis independentes
- Podem-se obter a partir dos mintermos, e vice-versa
- $M_i = m_{2^n-1-i}$

51

## FORMAS CANÓNICAS

Sistemas Digitais

### ● 1<sup>a</sup>. FORMA CANÓNICA

- Soma de mintermos
- Exemplo: função XOR  
 $\rightarrow \text{XOR}(A,B) = A.\bar{B} + \bar{A}.B = m_1 + m_2 = \Sigma (1,2)$
- Problemas
  - $\rightarrow$ Qual a tabela de verdade da função de 3 variáveis  $\Sigma (0,5,7)$  ?
  - $\rightarrow$ Qual a 1<sup>a</sup> forma canónica da função OR de 3 variáveis

### ● 2<sup>a</sup>. FORMA CANÓNICA

- Produto de maxtermos
- Exemplo: função XOR  
 $\rightarrow \text{XOR}(A,B) = (\bar{A} + \bar{B}).(A + B) = M_0 \cdot M_3 = \Pi (0,3)$
- Problemas
  - $\rightarrow$ Qual a tabela de verdade da função de 3 variáveis  $\Pi (0,5,7)$  ?
  - $\rightarrow$ Qual a 2<sup>a</sup> forma canónica da função OR de 3 variáveis

52

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Sistemas Digitais

### 1) OBTENÇÃO DE UMA FUNÇÃO QUE RESOLVA O PROBLEMA POSTO

- Métodos analíticos
- Especificar o problema numa tabela de verdade  
→Obter os mintermos

### 2) SIMPLIFICAR A EXPRESSÃO

- Métodos analíticos
- Mapas de Karnaugh

### 3) IMPLEMENTAR O CIRCUITO

- Escolher os integrados que implementam as gates  
→Pode ser necessário alterar a função obtida em 2 para minimizar o número de integrados usado
- Desenhar o logograma (com pinout) do circuito

53

## Exemplo

Sistemas Digitais

### ● Passo 1 para o problema dos vigias do navio:

- Método analítico:  $L = a.b.\bar{c}.\bar{d} + a.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.b.\bar{c}.d + \dots$
- Tabela de verdade:

Mintermos:

0,1,2,3,4,6,8,12

$$A(a,b,c,d) = \Sigma (0,1,2,3,4,6,8,12)$$

$$A(a,b,c,d) = \bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.d + \bar{a}.b.\bar{c}.\bar{d} + \bar{a}.b.\bar{c}.d + a.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d} + a.\bar{b}.\bar{c}.d + a.b.\bar{c}.\bar{d} + a.b.\bar{c}.d$$

a	b	c	d	A
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

54

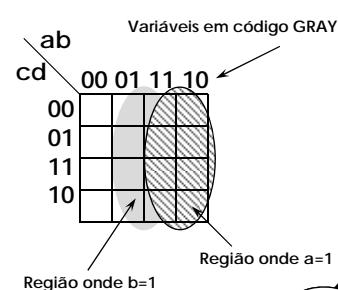
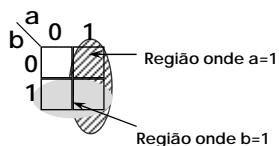
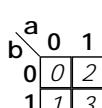
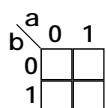
# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## MAPAS DE KARNAUGH

Sistemas Digitais

- Um mapa de karnaugh é um modo de escrever a tabela de verdade
- Cada quadrícula tem apenas 1 bit diferente dos vizinhos (distância de Hamming=1)



55

## MAPAS DE KARNAUGH

Sistemas Digitais

- Método gráfico, baseado nos diagramas de Venn, que permite detectar adjacências
  - 1) Escrever o mapa usando código reflectido, de modo a que 2 quadrículas contíguas diferem em apenas 1 byte.
  - 2 ) Cada quadrado corresponde a uma linha da tabela de verdade => corresponde a um mintermo da expressão se for 1
  - 3 ) Como na tabela 2 quadrados contíguos diferem apenas numa das variáveis, podemos escrevê-los como  $\Pi x_i y$  e  $\Pi x_i \bar{y}$
  - 4 ) Se dois quadrados contíguos forem 1, podemos representá-los como  $\Pi x_i y + \Pi x_i \bar{y} = \Pi x_i (y + \bar{y}) = \Pi x_i$ , de onde se conclui que podemos ignorar a variável que troca de valor

### ● REGRA:

- 1 ) Formar quadrados ou rectângulos com  $2^m$  quadrículas
- 2 ) Pôr na expressão só as variáveis que se mantêm constantes

56

# Sistemas Digitais

Dep.Armas e Electrónica- Escola Naval  
V.1.8 V.Lobo 2012

## MAPAS DE KARNAUGH

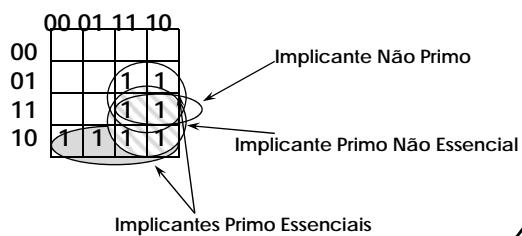
Sistemas Digitais

- Os grupos resultantes da junção de mintermos chamam-se IMPLICANTES

- Implicante PRIMO
  - Implicante que não pode ser mais alargado
- Implicante ESSENCIAL
  - Implicante que seja o único (dos primos) que "cobre" um dado mintermo

### Problemas:

1. Vigias
2. Descodificador de 7 Segmentos para BCD
3. Semáforos
4. Segurança para as portas da cidadela



57

## MAPAS DE KARNAUGH

Sistemas Digitais

- Indeterminações

- Correspondem a casos onde "tanto faz" que a resposta seja 1 ou 0 (pode por exemplo ser uma combinação de entrada que nunca ocorre)
- Representam-se nos mapas de Karnaugh por X
- Podemos simplificar os X como 1 ou como 0, conforme nos dê mais jeito
- Exemplo: descodificador de 7 segmentos BCD (traço do meio)

	00	01	11	10
00	0	1	x	1
01	0	1	x	1
11	1	0	x	x
10	1	1	x	x

Alguns X são interpretados como 1  
outros como 0

58